Les Suites numériques 1 bac

EL Barkany Mohammed

4 juillet 2025

1. Soit $x \in \mathbb{R}$, Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}$, $x^n - 1 = (x-1)\sum_{k=0}^{n-1} x^k$.

2. Calculer

$$\lim_{n \to +\infty} \sum_{k=0}^{n} \frac{k}{n^2}.$$

3. Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}$, $\sum_{k=0}^{n} k^3 = \left(\sum_{k=0}^{n} k\right)^2$.

4. Soit (u_n) une suite telle que $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_n > 1/2$. On pose $S_n = \sum_{k=0}^{n} u_k$. Déterminer la monotonie et la limite de (S_n).

5. Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = \frac{\sqrt{2}}{2}u_n + \frac{2-\sqrt{2}}{2}$ pour $n \in \mathbb{N}$.
(a) Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}, u_n > 1$; puis déterminer la monotonie de (u_n).
(b) Montrer que la suite $(u_n - 1)$ est géométrique et calculer son terme général.
(c) Calculer $S_n = \sum_{k=0}^{n} u_k$.

6. Calculer la limite des suites suivantes :

$$\left(\frac{1+(-1)^n n}{n^2}\right)_{n\in\mathbb{N}^*} \quad ; \left(\frac{\sin(n^2)}{n}\right)_{n\in\mathbb{N}^*} \quad ; \left(\frac{3^n - 2^n}{5^n - 2^n}\right)_{n\in\mathbb{N}^*}$$